

ANÁLISE GEOMÉTRICA POR MEIO DAS DIMENSÕES M

A análise geométrica do dentado de uma engrenagem física desconhecida, consiste em determinar os seus dados construtivos, como módulo normal, ângulo de perfil, ângulo de hélice sobre o diâmetro de referência, etc., ou seja, todas as características necessárias para um desenho completo do dentado.

Inicialmente, precisamos determinar o passo base normal. A maneira mais simples de determiná-lo é por meio das dimensões W , uma sobre k e outra sobre $k-1$ dentes consecutivos, como por exemplo, sobre 3 e 2 dentes ($W3$ e $W2$), ou sobre 4 e 3 dentes ($W4$ e $W3$) e assim por diante. Esse método é bastante simples e de conhecimento da grande maioria dos profissionais que trabalham com engrenagens.

Um problema que encontramos frequentemente é a impossibilidade de se tomar a dimensão W sobre dois números de dentes consecutivos. Por exemplo, é possível medir sobre dois dentes ($W2$), mas não sobre três ($W3$) nas rodas com número reduzido de dentes. Essa impossibilidade é comum, também, nas rodas com dentes

rebaixados e estriados ou, ainda, nos dentados helicoidais onde o ângulo de hélice é muito grande e a largura muito pequena. Para engrenagens com dentados internos também há essa impossibilidade. Para esses casos, desenvolvi um método onde é possível determinar o passo base por meio de duas dimensões sobre pinos. Uma com pinos maiores (d_{Mg}), que tocam os perfis evolventes anti-homólogos mais próximos à cabeça do dente e outra com pinos menores (d_{Mp}) que tocam os perfis evolventes anti-homólogos mais próximos ao pé do dente.

Dentados Retos

Para facilitar a compreensão, inicialmente vamos deduzir as fórmulas para um dentado reto ($\beta=0$). Considere a Fig. 1 e acompanhe o desenvolvimento das equações de [1] até [13] e da expressão [14]. Observe o setor circular em destaque (pintado em cinza) na Fig.. Os dois raios que o formam, são os raios base da roda (r_b) e o arco é a diferença entre os raios dos pinos utilizados para a medição. Pela Fig., podemos definir o ângulo central (θ) desse setor circular de duas maneiras:

$$\theta = \frac{d_{Mg} - d_{Mp}}{2 \cdot r_b} \quad [1]$$

$$\theta = \text{inv } \alpha_{Mg} - \text{inv } \alpha_{Mp} \quad [2]$$

Isolando r_b na equação [1]:

$$r_b = \frac{d_{Mg} - d_{Mp}}{2 \cdot \theta} \quad [3]$$

$$C_g = \frac{M_g - d_{Mg}}{2} \quad [4]$$

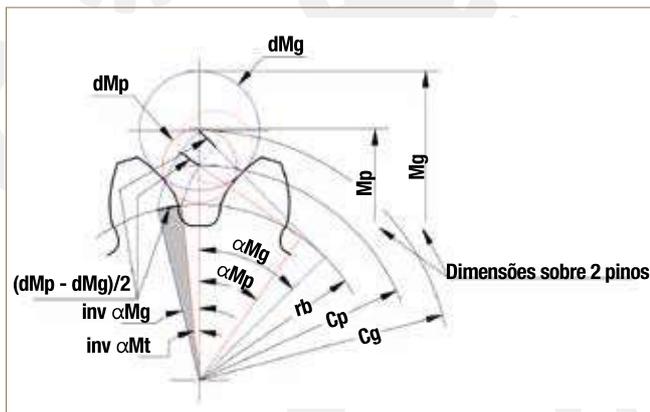


Fig. 1. Dentado Externo Reto

CONTEÚDO TÉCNICO

$$C_p = \frac{M_p - d_{Mp}}{2} \quad [5]$$

Igualando [1] e [2]:

$$\text{inv } \alpha_{Mg} - \text{inv } \alpha_{Mp} = \frac{d_{Mg} - d_{Mp}}{2 \cdot r_b} \quad [6]$$

α_{Mg} e α_{Mp} , quando independentes (fora de uma função), devem ser aplicados em radianos.

$$\text{inv } \alpha_{Mg} = \tan \alpha_{Mg} - \alpha_{Mg} \quad [7]$$

$$\text{inv } \alpha_{Mp} = \tan \alpha_{Mp} - \alpha_{Mp} \quad [8]$$

Pelo triângulo retângulo azul da Fig., temos:

$$r_b = C_g \cdot \cos \alpha_{Mg} \rightarrow \alpha_{Mg} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{C_g} \right) \quad [9]$$

Pelo triângulo retângulo vermelho da Fig., temos:

$$r_b = C_p \cdot \cos \alpha_{Mp} \rightarrow \alpha_{Mp} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{C_p} \right) \quad [10]$$

Substituindo [7] e [8] em [2]:

$$\theta = \tan \alpha_{Mg} - \alpha_{Mg} - \tan \alpha_{Mp} + \alpha_{Mp} \quad [11]$$

$$\theta = \tan \alpha_{Mg} - \tan \alpha_{Mp} - \alpha_{Mg} + \alpha_{Mp} \quad [12]$$

Substituindo [12] em [3]:

$$r_b = \frac{d_{Mg} - d_{Mp}}{2 \cdot (\tan \alpha_{Mg} - \tan \alpha_{Mp} - \alpha_{Mg} + \alpha_{Mp})} \quad [13]$$

$$\left| r_b - \frac{d_{Mg} - d_{Mp}}{2 \cdot (\tan \alpha_{Mg} - \tan \alpha_{Mp} - \alpha_{Mg} + \alpha_{Mp})} \right| \leq 0,0001 \quad [14]$$

Na expressão [14], temos uma única incógnita que é r_b . Note que r_b , além de aparecer de forma independente, aparece também como argumento de funções trigonométricas. Trata-se, portanto, de uma expressão transcendente, cuja solução não pode ser resolvida por meio da álgebra. Precisamos, portanto, recorrer a um cálculo numérico. Vamos variar r_b até que a condição imposta pela expressão [14] seja satisfeita. Quando isto acontecer teremos o raio base (r_b) da roda. Para esse procedimento, o melhor caminho é utilizar um método de cálculo numérico como, por exemplo, o método da bissecção ou outro de sua preferência. Cálculos

numéricos conhecidos como zero de uma função, podem ser encontrados em livros de matemática ou mesmo em sites da internet. Com o raio base (r_b) podemos determinar o passo base:

$$P_b = \frac{2 \cdot r_b \cdot \pi}{z} \quad [15]$$

Sabemos que:

$$P_b = m_n \cdot \cos \alpha \cdot \pi \quad [16]$$

$$m_n = \frac{P_b}{\cos \alpha \cdot \pi} \quad [17]$$

Igualando [15] e [16]:

$$\frac{2 \cdot r_b \cdot \pi}{z} = m_n \cdot \cos \alpha \cdot \pi \quad [18]$$

$$m_n \cdot \cos \alpha = \frac{2 \cdot r_b}{z} \quad [19]$$

$$m_n = \frac{2 \cdot r_b}{z \cdot \cos \alpha} \quad [20]$$

Note que, o que importa realmente é o produto ($m_n \cdot \cos \alpha$) e não as duas grandezas individuais. Os ângulos de perfil mais empregados são:

14°30'	15°00'	16°00'	17°00'	17°30'	18°00'	18°30'
20°00'	22°30'	25°00'	27°30'	30°00'	37°30'	45°00'

Os ângulos de 30° e superiores são empregados, com frequência, nos estriados e não nas engrenagens. Com o passo base ou com o raio de base calculado e adotando-se o ângulo de perfil, podemos calcular o módulo normal (m_n) com as equações [17] e [20], respectivamente.

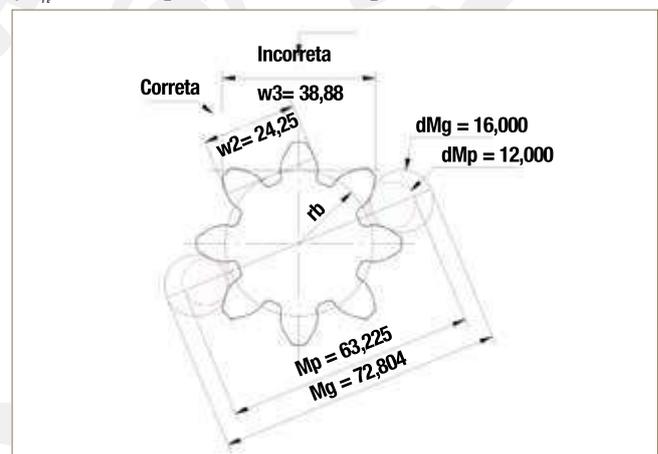


Fig. 2. Dentado Externo Reto

CONTEÚDO TÉCNICO

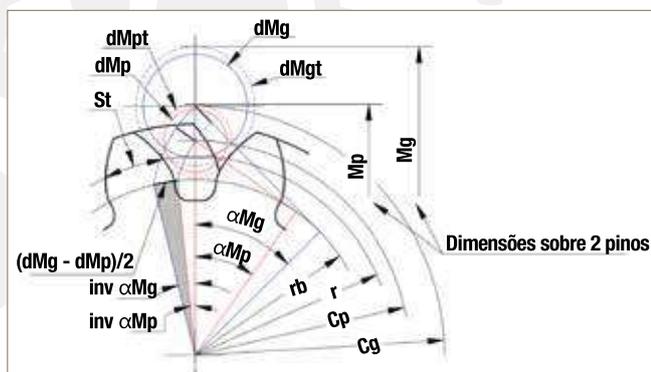


Fig. 3. Dentado Externo Helicoidal – Vista Transversal

Para cada ângulo de perfil adotado, teremos um módulo normal distinto, de modo que o passo base será sempre o mesmo. Sendo assim, o perfil evolvente também o será. Se compararmos o perfil do dente da peça física que estamos analisando com o perfil obtido por meio de nossos cálculos, onde o ângulo de perfil diverge, um do outro, veremos que a diferença entre eles é o perfil trocoidal, aquele que liga o perfil evolvente com o pé do dente. Se a diferença entre os ângulos de perfil for pequena, a diferença entre os perfis trocoidais será desprezível. Se for muito grande, poderemos ter problemas de interferência.

Exemplo de uma Análise Geométrica Utilizando o Método das Dimensões M para Dentado Reto

Vamos considerar a roda dentada da Fig. 2. Com oito dentes apenas, é possível tomar a dimensão W2 (dimensão sobre dois dentes consecutivos). Note, porém, que não é possível tomar a dimensão W3, pois o instrumento tocará nos vértices entre a cabeça e os perfis evolventes e não nos flancos, onde deveria tocar. Portanto, vamos aplicar o método das dimensões M:

Selecionamos dois pares de pinos, cujos diâmetros distintos podem ser utilizados para as duas medições que precisamos para determinar o raio base. São eles:

$$dMp = 12,000 \text{ e } dMg = 16,000.$$

Tomamos, então, as duas dimensões sobre pinos:

Com a utilização dos pinos diâmetro 16,000

$$M_g = 72,804$$

Com a utilização dos pinos diâmetro 12,000

$$M_p = 63,225$$

Primeiro, vamos calcular a distância entre o centro da roda até o centro do pino para as duas dimensões M, ou seja, C_g para os pinos maiores e C_p para os pinos menores:

$$C_g = 72,804 - 16,000 = 56,804 \quad \text{ref [4]}$$

$$C_p = 63,225 - 12,000 = 51,225 \quad \text{ref [5]}$$

$$\alpha_{Mg} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{56,804} \right) \quad \text{ref [9]}$$

$$\alpha_{Mp} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{51,225} \right) \quad \text{ref [10]}$$

Agora podemos aplicar a expressão [14], pois temos uma única incógnita que é o rb .

$$\left| r_b - \frac{16,000 - 12,000}{2(\tan \alpha_{Mg} - \tan \alpha_{Mp} - \alpha_{Mg} + \alpha_{Mp})} \right| \leq 0,0001 \quad \text{ref [14]}$$

Como não podemos resolvê-la por meio da álgebra, vamos utilizar o método numérico da bissecção (ou dicotomia). Embora W3 seja uma dimensão incorreta, como vimos acima, podemos utilizá-la para calcular o raio de base aproximado e com ele, adotar o intervalo a ser considerado para o cálculo de rb .

$$r_b \text{ aprox} = \frac{(W_k - W_{k-1}) \cdot z}{2 \cdot \pi} \rightarrow r_b \text{ aprox} = \frac{(38,88 - 24,25) \cdot 8}{2 \cdot \pi} = 18,63$$

Vamos adotar o intervalo entre 18,30 e 18,90. Na 16ª iteração encontramos a raiz, ou seja, $rb = 18,793652$ com erro = 0.000073.

Adotamos um ângulo de perfil de 20°.

$$m_n = \frac{2 \cdot 18,793652}{8 \cdot \cos 20^\circ} = 5,000 \quad \text{ref [20]}$$

Dentados Helicoidais

Para os dentados helicoidais vamos considerar a Fig. 3. Primeiramente precisamos determinar o ângulo de hélice sobre o diâmetro de referência (β), a partir de um ângulo de hélice (β_p) medido sobre um diâmetro qualquer

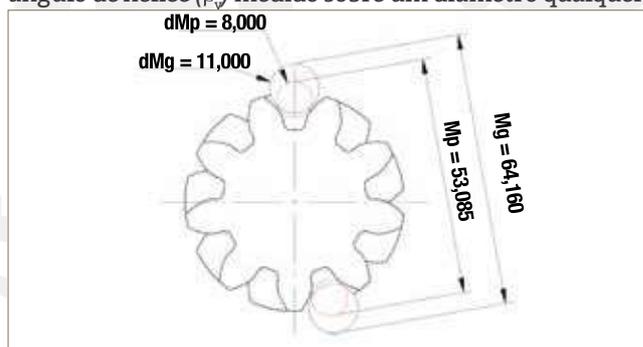


Fig. 4. Dentado Externo Helicoidal

CONTEÚDO TÉCNICO

(d_y). Afinal, quando medimos o ângulo, não sabemos ainda, qual é o diâmetro de referência (d).

A melhor maneira de se medir o ângulo de hélice, é utilizando uma máquina medidora de engrenagens.

Abaixo, está um procedimento de como fazer isso, como sugestão:

1. Utilizar um “disco” cujo diâmetro (d_y) esteja entre os círculos de pé e de cabeça.

2. Arbitrar um ângulo para o platô da máquina, próximo ao ângulo de hélice estimado da engrenagem.

3. Movimentar o apalpador da máquina sobre a hélice sem que a pena do registrador toque no papel, no caso de um registrador mecânico.

4. Girar o platô da máquina para corrigir o traçado do registrador.

5. Repetir os procedimentos acima em 2, 3 e 4 até que o registrador trace as melhores linhas verticais.

6. Efetuar os procedimentos acima em 3 ou 4 dentes equidistantes.

7. Registrar os gráficos no papel para documentar o trabalho.

8. Anotar no papel, o ângulo obtido (β_y) e o diâmetro do “disco” (d_y) utilizado na medição.

9. O ângulo de hélice sobre o círculo de referência poderá ser calculado com a equação [21], após determinarmos o m_n :

$$\beta = \sin^{-1} \left(m_n \cdot z \cdot \frac{\tan \beta_y}{d_y} \right) \quad [21]$$

Cálculo do ângulo de hélice sobre o diâmetro base (β_b) em função do ângulo (β_y) medido sobre o diâmetro d_y :

$$P_h = \frac{d_y \cdot \pi}{\tan \beta_y} = \frac{d_b \cdot \pi}{\tan \beta_b} \quad [22]$$

$$\tan \beta_b = \frac{2 \cdot r_b \cdot \pi \cdot \tan \beta_y}{d_y \cdot \pi} \quad [23]$$

$$\beta_b = \tan^{-1} \left(\frac{2 \cdot r_b \cdot \tan \beta_y}{d_y} \right) \quad [24]$$

Cálculo dos diâmetros virtuais (d_{Mgt} e d_{Mpt}) dos pinos de medição em função dos diâmetros reais dos pinos (d_{Mg} e d_{Mp}):

$$d_{Mgt} = \frac{d_{Mg}}{\cos \beta_b} \quad [25]$$

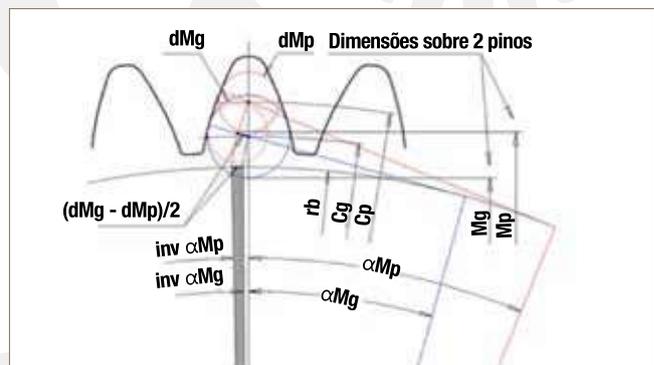


Fig. 5. Denteado Interno Reto

$$d_{Mpt} = \frac{d_{Mp}}{\cos \beta_b} \quad [26]$$

$$d_{Mgt} - d_{Mpt} = \frac{d_{Mg} - d_{Mp}}{\cos \beta_b} = \frac{d_{Mg} - d_{Mp}}{\cos \left[\tan^{-1} \left(\frac{2 \cdot r_b \cdot \tan \beta_y}{d_y} \right) \right]} \quad [27]$$

Cálculo de C_g e C_p :

$$C_g = \frac{M_g - d_{Mg}}{2 \cdot \cos \frac{90}{z}} \quad [28]$$

$$C_p = \frac{M_p - d_{Mp}}{2 \cdot \cos \frac{90}{z}} \quad [29]$$

Pelo triângulo retângulo azul da Fig. 2, temos:

$$r_b = C_g \cdot \cos \alpha_{Mgt} \rightarrow \alpha_{Mgt} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{C_g} \right) \quad [30]$$

Pelo triângulo retângulo vermelho da Fig. 2, temos:

$$r_b = C_p \cdot \cos \alpha_{Mpt} \rightarrow \alpha_{Mpt} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{C_p} \right) \quad [31]$$

$$r_b = \frac{d_{Mg} - d_{Mp}}{2 \cdot \cos \left[\tan^{-1} \left(\frac{2 \cdot r_b \cdot \tan \beta_y}{d_y} \right) \right] \cdot [\tan \alpha_{Mgt} - \tan \alpha_{Mpt} - \alpha_{Mgt} + \alpha_{Mpt}]} \quad [32]$$

$$r_b - \frac{d_{Mg} - d_{Mp}}{2 \cdot \cos \left[\tan^{-1} \left(\frac{2 \cdot r_b \cdot \tan \beta_y}{d_y} \right) \right] \cdot [\tan \alpha_{Mgt} - \tan \alpha_{Mpt} - \alpha_{Mgt} + \alpha_{Mpt}]} \leq 0,0001 \quad [33]$$

Aqui temos, também, uma expressão transcendente.

Variar r_b até que a condição imposta pela expressão [33] seja satisfeita. Quando isto acontecer teremos o raio base da roda. Com o raio base (r_b), podemos determinar o passo base normal:

CONTEÚDO TÉCNICO

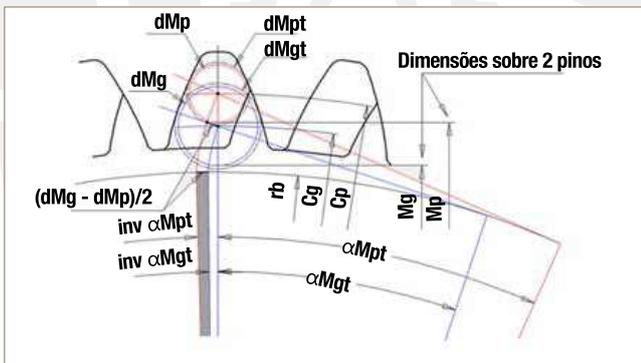


Fig. 6. Dentado Interno Helicoidal

$$P_{bn} = \frac{2 \cdot r_b \cdot \pi \cdot \cos \beta_b}{z} \quad [34]$$

Exemplo de uma Análise Geométrica Utilizando o Método das Dimensões M para Dentado Helicoidal

Para esse exemplo, vamos considerar a roda mostrada na Fig. 4, também com reduzido número de dentes, ou seja, $z = 9$. Aqui, também, selecionamos dois pares de pinos, cujos diâmetros distintos vão ser utilizados para as duas medições. São eles: $d_{Mp} = 8,000$ e $d_{Mg} = 11,000$. Tomamos, então, as duas dimensões sobre pinos:

Com a utilização dos pinos diâmetro 11,000

$$M_g = 61,160$$

Com a utilização dos pinos diâmetro 8,000

$$M_p = 53,085$$

Tomamos o ângulo de hélice $\beta_y = 30^\circ 02' 43''$ (que corresponde a $30,04536^\circ$ no modo decimal) sobre o diâmetro de 47,50, utilizando uma máquina própria para medição de engrenagens. O diâmetro de 47,50 foi escolhido arbitrariamente.

$$C_g = \frac{61,160 - 11,000}{2 \cdot \cos \frac{90}{9}} = 25,466899 \quad \text{ref [28]}$$

$$C_p = \frac{53,085 - 8,000}{2 \cdot \cos \frac{90}{9}} = 22,890254 \quad \text{ref [29]}$$

$$\alpha_{Mgt} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{25,466899} \right) \quad \text{ref [30]}$$

$$\alpha_{Mpt} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{22,890254} \right) \quad \text{ref [31]}$$

$$d_{Mgt} - d_{Mpt} = \frac{11,000 - 8,000}{\cos \left[\tan^{-1} \left(\frac{2 \cdot r_b \cdot \tan 30,04536}{47,5} \right) \right]} \quad \text{ref [27]}$$

$$\left| r_b - \frac{11,000 - 8,000}{2 \cdot \cos \left[\tan^{-1} \left(\frac{2 \cdot r_b \cdot \tan 30,04536}{47,5} \right) \right] \cdot [\tan \alpha_{Mgt} - \tan \alpha_{Mpt} - \alpha_{Mgt} + \alpha_{Mpt}]} \right| \leq 0,0001 \quad \text{ref [33]}$$

Agora podemos resolver a expressão [33], pois temos apenas uma incógnita que é o r_b . Como no exemplo anterior, podemos calcular o raio de base aproximado por meio das dimensões W_2 e W_3 , que será útil para adotarmos o intervalo. Nesse caso, entre 17,00 e 19,00 mm. Na 18ª iteração encontramos a raiz, ou seja, $r_b = 18,563751$ com erro = 0,000061.

$$\beta_b = \tan^{-1} \left(\frac{2 \cdot 18,563751 \cdot \tan 30,04536^\circ}{47,5} \right) = 24,327758^\circ \quad \text{ref [24]}$$

Passo base:

$$P_{bn} = \frac{2 \cdot 18,563751 \cdot \pi \cdot \cos 24,327758^\circ}{9} = 11,809149 \quad \text{ref [34]}$$

Adotei um ângulo de perfil de 20° .

$$m_n = \frac{11,809149}{\cos 20^\circ \cdot \pi} = 4,000 \quad \text{ref [17]}$$

Cálculo do ângulo de hélice sobre o diâmetro de referência (d):

$$\beta = \sin^{-1} \left(4,000 \cdot 9 \cdot \frac{\tan 30,04536}{47,5} \right) = 26,0000^\circ \quad \text{ref [21]}$$

Método das Dimensões M para Dentado Interno Reto e Helicoidal

Para a determinação do passo base em rodas com dentado interno, o caminho é o mesmo, exatamente como no dentado externo. Veja as condições geométricas para dentado reto na Fig. 5 e para dentado helicoidal na Fig. 6.

Cálculo de C_g e C_p : Fórmula geral:

$$C_{g,p} = \frac{M_{g,p} + d_{Mg,p}}{2 \cdot \cos \frac{\text{frac} \left(\frac{z}{2} \right) \cdot 180}{z}} \quad [35]$$

Sendo $\text{frac } z/2 =$ parte fracionária de $z/2$ que pode resultar zero ou 0,5. Simplificando: Para número par de dentes:

$$C_g = \frac{M_g + d_{Mg}}{2} \quad [36]$$

$$C_p = \frac{M_p + d_{Mp}}{2} \quad [37]$$

Para número ímpar de dentes:

CONTEÚDO TÉCNICO

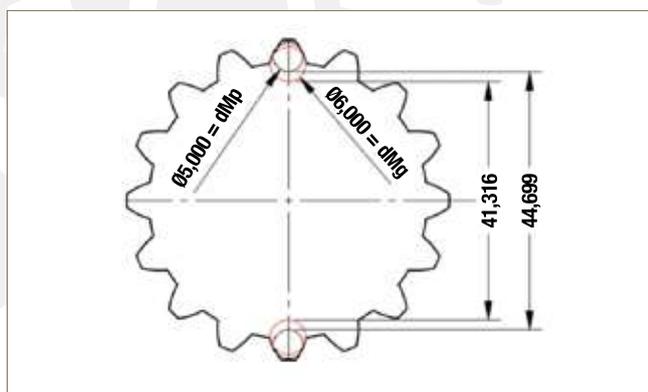


Fig. 7. Dentado Interno Reto

$$C_g = \frac{M_g + d_{Mg}}{2 \cdot \cos \frac{90}{z}} \quad [38]$$

$$C_p = \frac{M_p + d_{Mp}}{2 \cdot \cos \frac{90}{z}} \quad [39]$$

Pelo triângulo retângulo azul das Figs. 5 e 6, temos:

$$r_b = C_g \cdot \cos \alpha_{Mg} \rightarrow \alpha_{Mg} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{C_g} \right) \quad [40]$$

Pelo triângulo retângulo vermelho das Figs. 5 e 6, temos:

$$r_b = C_p \cdot \cos \alpha_{Mp} \rightarrow \alpha_{Mp} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{C_p} \right) \quad [41]$$

Logo, para o dentado helicoidal, temos:

$$\left| r_b - \frac{d_{Mg} - d_{Mp}}{2 \cdot \cos \left[\tan^{-1} \left(\frac{2 \cdot r_b \cdot \tan \beta_y}{d_y} \right) \right] \cdot [\tan \alpha_{Mpt} - \tan \alpha_{Mgt} - \alpha_{Mpt} + \alpha_{Mgt}]} \right| \leq 0,0001 \quad [42]$$

E para o dentado reto, a expressão simplificada:

$$\left| r_b - \frac{d_{Mg} - d_{Mp}}{2 \cdot [\tan \alpha_{Mp} - \tan \alpha_{Mg} - \alpha_{Mp} + \alpha_{Mg}]} \right| \leq 0,0001 \quad [43]$$

Variar r_b até que as condições impostas pelas expressões acima sejam satisfeitas. Quando isto acontecer teremos o raio base. Com o raio base (r_b), podemos determinar o passo base normal aplicando a equação [34]:

Exemplo para Análise Geométrica de uma Roda Dentada Interna Reto

Temos uma peça física com estriado interno, 16 dentes. Veja a Fig. 7. Selecionamos dois pares de pinos, cujos diâmetros distintos podem ser utilizados para as duas medições que precisamos para determinar o passo base,

como nos exemplos acima:

$$d_{Mp} = 5,000 \text{ e } d_{Mg} = 6,000.$$

Tomamos, então, as duas dimensões entre pinos:

Com a utilização dos pinos diâmetro 6,000 $\rightarrow M_g = 41,316$

Com a utilização dos pinos diâmetro 5,000 $\rightarrow M_p = 44,699$

$$C_g = \frac{41,316 + 6,00}{2} = 23,6580 \quad \text{ref [36]}$$

$$C_p = \frac{44,699 + 5,00}{2} = 24,8495 \quad \text{ref [37]}$$

$$\alpha_{Mg} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{23,6580} \right) \quad \text{ref [9]}$$

$$\alpha_{Mp} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{24,8495} \right) \quad \text{ref [10]}$$

Resolvendo a expressão [43], aplicando o método numérico da bissecção considerando o intervalo [21,00, 23,00], encontramos a raiz, ou seja, o $r_b = 21,997833$, com erro igual a 0,000061 na 18ª iteração. Adotando um ângulo de perfil de 30°, comumente utilizado em estriados, encontramos o módulo:

$$m_n = \frac{2 \cdot 21,997833}{16 \cdot \cos 30^\circ} = 3,175 = \text{diametral pitch} \frac{25,4}{3,175} = 8,000 \quad \text{ref [20]}$$

Exemplo para Análise Geométrica de uma Roda Dentada Interna Helicoidal

Temos uma roda dentada anelar com 45 dentes helicoidais internos. Selecionamos dois pares de pinos

$$d_{Mp} = 16,000 \text{ e } d_{Mg} = 20,000.$$

Tomamos, então, as duas dimensões entre pinos:

Com a utilização dos pinos diâmetro 20,000

$$M_g = 458,340$$

Com a utilização dos pinos diâmetro 16,000

$$M_p = 476,200$$

Tomamos o ângulo de hélice $\beta_y = 24^\circ 40' 00''$ (que corresponde a 24,66667° no modo decimal) sobre o diâmetro de 489,00, utilizando uma máquina própria para medição de engrenagens. O diâmetro de 489,00 foi escolhido arbitrariamente.

$$C_g = \frac{458,340 + 20,000}{2 \cdot \cos \frac{90}{45}} = 239,31578 \quad \text{ref [38]}$$

$$C_p = \frac{476,200 + 16,000}{2 \cdot \cos \frac{90}{45}} = 246,25001 \quad \text{ref [39]}$$

CONTEÚDO TÉCNICO

$$\alpha_{Mgt} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{239,31578} \right)$$

ref [30]

Notação utilizada

d Diâmetro de referência

dy Diâmetro qualquer adotado

dMg Diâmetro real do pino maior

dMp Diâmetro real do pino menor

dMgt Diâmetro virtual do pino maior

dMpt Diâmetro virtual do pino menor

mn Módulo normal

Mg Dimensão sobre (ou entre) pinos maiores

Mp Dimensão sobre (ou entre) pinos menores

Pb Passo base

Pbn Passo base normal

rb Raio de base

z Número de dentes

α Ângulo de perfil

β Ângulo de hélice sobre *d*

β_y Ângulo de hélice sobre *dy*

$$\alpha_{Mpt} = \cos^{-1} \left(\frac{r_b}{246,25001} \right)$$

ref [31]

Resolvendo a expressão ^[41], aplicando o método numérico da bissecção considerando o intervalo [228,0, 232,0], encontramos a raiz, ou seja, o $rb = 230,386383$, com erro igual a 0,000061 na 19ª iteração. Passo base normal (P_{bn}):

$$\beta_b = \tan^{-1} \left(\frac{2 \cdot 230,386383 \cdot \tan 24,66667^\circ}{489,00} \right) = 23,3998^\circ$$

ref [24]

$$P_{bn} = \frac{2 \cdot 230,386383 \cdot \pi \cdot \cos 23,3998^\circ}{45} = 29,522382$$

ref [34]

Adotando um ângulo de perfil de 20°, encontramos o módulo normal (m_n):

$$m_n = \frac{29,522382}{\cos 20^\circ \cdot \pi} = 10,000$$

ref [17]

Os resultados obtidos nos exemplos apresentados aqui são extremamente precisos, em função dos dados teóricos que foram, didaticamente, aplicados. Na prática, devido às imprecisões das medições, da qualidade dos pinos e dos instrumentos utilizados e, também, dos erros da própria peça, os resultados poderão divergir um pouco. Ao invés de $m_n = 5,000$, poderíamos encontrar $m_n = 5,008$, por exemplo. A divergência dependerá, obviamente, da magnitude das imprecisões. *

Sobre o autor: Norberto Mazzo é consultor em Engrenagens, Diretor na Norberto Mazzo Consultoria.

Referências

MAZZO, N. Engrenagens Cilíndricas - da Concepção à Fabricação. São Paulo: Edgard Blücher Ltda. 2013.