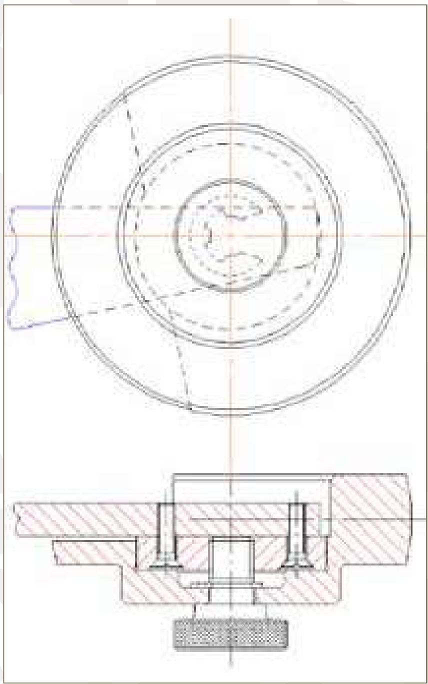

CONTROLE DA ESPESSURA DOS DENTES POR MEIO DA DIMENSÃO SOBRE ESFERAS PRÓXIMAS

Por Norberto Mazzo

A espessura circular normal do dente (S_n) de uma engrenagem com dentes externos ou a dimensão circular normal do vão (T_n) de uma engrenagem com dentes internos é o tamanho do arco medido sobre o círculo de referência (*d*) que corresponde a um dente ou a um vão, respectivamente, no plano normal (ver Fig. 1).

O seu correto dimensionamento é de fundamental importância no trabalho de transmissão, pois é a principal influenciadora do jogo entre flancos dos dentes que, por um lado deve ser limitado e, por outro, não pode ser muito pequeno. Esse jogo, na maioria das aplicações, serve para acomodar as variações de fabricação, permitidas em função da qualidade das rodas e, também, da caixa onde elas são montadas.

Pela dificuldade de se controlar essa dimensão diretamente, outras maneiras mais práticas foram adotadas pela indústria: a dimensão *W* sobre *k* dentes consecutivos e a dimensão *M* sobre duas esferas ou dois rolos, colocados nos vãos dos dentes diametralmente opostos da roda.

Para as rodas dentadas de grande porte como, por exemplo, as que são utilizadas nas indústrias de cimento ou nas usinas de álcool e açúcar, tanto a dimensão *W*, quanto a dimensão *M*, são muito difíceis de se tomar, principalmente em campo, onde o acesso é restrito. Por essa razão, desenvolvi um método, que chamei de dimensão *N* (Next), onde dois anéis com as bordas esféricas são assentados sobre vãos próximos, não necessariamente adjacentes. O número de dentes que fica entre os anéis, chamei de *k*, que coincide com o número de passos.

Um paquímetro de 500 ou 600 mm pode ser construído ou modificado para controlar dentados externos. Para

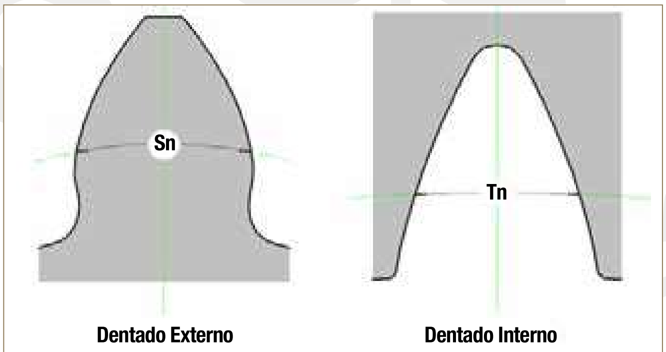

Fig. 1. Espessura do dente e dimensão do vão

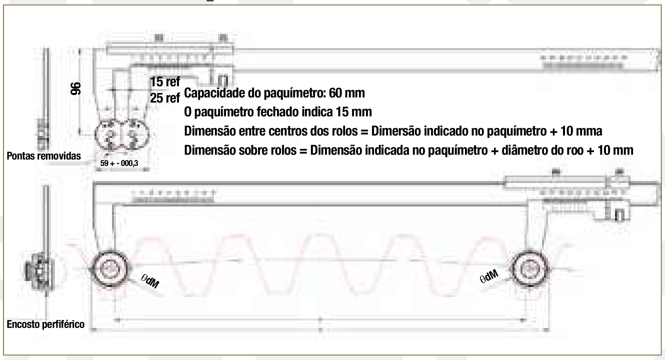

Fig. 2. Controle em um dentado externo

Exemplo de cálculo da dimensão N para um dentado helicoidal externo			
Notação	Descrição	Fórmula	Grandeza
z	Número de dentes	Dado	120
mn	Módulo normal	Dado	25,000
α	Ângulo de perfil	Dado	20°
β	Ângulo de hélice sobre d	Dado	25°
Sn	Espessura circular normal do dente	Dado	39,270
rM	Raio dos encostos (bordas dos anéis)	Dado	25,000
k	Número de dentes entre os anéis	Dado	4
DM	Diâmetro dos encostos	$2 \cdot r_M$	50,0000000
d	Diâmetro de referência	$\frac{z \cdot m_n}{\cos\beta}$	3310,1337569
A	Termo utilizado abaixo	$\frac{S_n}{d \cdot \cos\beta}$	0,0130900
βb	Âng de hélice sobre o diâm de base	$\sin^{-1}(\sin\beta \cdot \cos\alpha)$	23,3989619°
αt	Ângulo de perfil transversal	$\tan^{-1}\left(\frac{\tan\alpha}{\cos\beta}\right)$	21,8802327°
db	Diâmetro de base	$d \cdot \cos\alpha_t$	3071,6878788
Inv αt	Involuta de αt	$\tan\alpha_t - \alpha_t$	0,0197146
Inv λ	Involuta de λ	$A + \frac{D_M}{d_b \cdot \cos\beta_b} + \text{inv}\,\alpha_t - \frac{\pi}{z}$	0,0243610
λ	Âng de perfil no centro da esfera	Ver solução na observação 1	23,4089933°
C	Dist entre o centro da esf e da roda	$\frac{d_b}{2 \cdot \cos\lambda}$	1673,5936195
B	Termo utilizado abaixo	$\frac{180\,k}{z}$	6,0000000
D	Termo utilizado abaixo	$\cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{2\,C \cdot \cos B \cdot \tan\beta}{d}\right)\right]$	0,9053913
E	Termo utilizado abaixo	$2\,C \cdot \sin B$	349,8763384
N	Dimensão sobre esferas próximas	$D \cdot E + D_M$	366,7749928
P	Leitura na escala do paquímetro	$N - D_M - 10$	306,775

dentados internos, dependendo do diâmetro da roda, um paquímetro menor é mais adequado, como no exemplo deste artigo, mostrado na Fig. 4.

No caso de se aproveitar um paquímetro standard, é possível o retrabalho efetuado por uma máquina de eletroerosão. Sobre os seus bicos (onde ficam os encostos), são fixados dois discos que, por sua vez, recebem os anéis insertáveis. Esses anéis podem formar um jogo com diversos pares de diâmetros diferentes, cada par adequado à um tamanho de dente, ou seja, a um determinado módulo normal (ver Figs. 2 e 3).

Na Fig. 2, é mostrado um paquímetro adaptado. No desenho superior, o instrumento está fechado e sem os anéis insertáveis. No desenho inferior, já com os anéis, é mostrada uma medição onde o número *k* de dentes é 5. O número mínimo permitido de dentes é, obviamente, 1 e o número máximo se restringe à capacidade do paquímetro.

Quanto aos cálculos para se chegar à dimensão *N*, vou mostrá-los com dois exemplos em forma de tabela, utilizando sete algarismos significativos, um para dentado helicoidal externo e outro para dentado helicoidal interno, ambos com quatro dentes entre os anéis (k=4).

No caso de dentados retos, considerar o ângulo de hélice sobre d igual a zero.

Observações:

1- Como não podemos calcular λ por meio de uma equação algébrica por se tratar de uma equação transcendente, para determiná-lo, em função de sua involuta (inv λ), usaremos o método numérico de Newton e Raphson, também conhecido como método das tangentes. O método é iterativo e convergente, ou seja, os resultados se aproximam da raiz a cada iteração.

Sabemos que inv λ = tan $\lambda - \lambda$.

No primeiro exemplo (dentado externo) inv λ = 0,0243610. Como o método não fornece a raiz exata, precisamos calcular o ângulo λ, com erro máximo absoluto menor ou igual a 0,0000001, ou seja, $|10^{-7}|$, precisão essa, bastante satisfatória para o nosso trabalho.

Vale lembrar: sempre que um ângulo estiver independente de uma função, ele deverá ser expresso em radianos (rad). Os ângulos dependentes de uma função, aqui são expressos no formato decimal (°). Vamos aos cálculos:

Cálculo de λ para o dentado externo segundo Newton e Raphson:

$$\gamma_{(n+1)} = \gamma_{(n)} - \frac{\tan\gamma_{(n)} - \gamma_{(n)} - \text{inv}\,\gamma}{\tan^2\gamma_{(n)}}$$

onde n = 0, 1, 2, ...

Para a primeira aproximação, vamos adotar a equação de Dudley:

$$\gamma_{(n)} = 1{,}441\,\sqrt[3]{\text{inv}\,\gamma} - 0{,}366\,\cdot \text{inv}\,\gamma$$

$$\lambda_{(0)} = 1{,}441\,\sqrt[3]{0{,}0243610} - 0{,}366 \cdot 0{,}0243610 = 0{,}4088139$$

rad = 23,4233106°

Vamos checar a condição:

|tan 23,4233106 - 0,4088139 - 0,0243610| = 0,0000469

Como 0,0000469 > 0,0000001, vamos para a próxima iteração:

$$\lambda_{(1)} = 0{,}4088139 - \frac{0{,}0000469}{\tan^2 23{,}4233106} = 0{,}4085640 \text{ r}$$

rad = 23,4089933°

Vamos checar a nova condição:

tan 23,4089933-0,4085640 - 0,0243610 = 0,0000000109

Como o erro é menor que o máximo exigido, podemos considerar $\lambda_{(1)}$, a raiz do problema, ou seja: $\lambda = \lambda_{(1)}$ = 23,4089933°.

2- Vamos calcular λ para o dentado interno em função de sua involuta (inv λ), exatamente como fizemos na observação 1.

Primeira aproximação:

$$\lambda_{(0)} = 1{,}441 \sqrt[3]{0{,}0108765} - 0{,}366 \cdot 0{,}0108765 = 0{,}3152909$$

Vamos checar a condição:

tan 18,0648356 - 0,3152909 - 0,0108765 = 0,0000038

Como 0,0000038 > 0,0000001, vamos para a próxima iteração:

$$\lambda_{(1)} = 0{,}3152909 - \frac{0{,}0000038}{\tan^2 18{,}0648356} = 0{,}3152550$$

Vamos checar a nova condição:

|tan 18,0627822-0,3152550-0,0108765|=0,0000000445

Como o erro é menor que máximo exigido, podemos considerar $\lambda_{(1)}$, a raiz do problema, ou seja: $\lambda = \lambda_{(1)}$ = 18,0627822°.

3- A dimensão P (leitura na escala do paquímetro) foi calculada em função do instrumento mostrado no exemplo da Fig. 2. É claro que no caso de um paquímetro concebido para essa finalidade, a leitura, em sua escala, seria exatamente a dimensão *N*.

Exemplo de cálculo da dimensão N para um dentado helicoidal interno

Notação	Descrição	Fórmula	Grandeza
z	Número de dentes	Dado	98
mn	Módulo normal	Dado	22,000
α	Ângulo de perfil	Dado	20°
β	Ângulo de hélice sobre d	Dado	15°
Tn	Dimensão circular normal do vão	Dado	34,800
rM	Raio dos encostos (bordas dos anéis)	Dado	22,000
k	Número de dentes entre os anéis	Dado	4
DM	Diâmetro dos encostos	$2 \cdot r_M$	44,0000000
d	Diâmetro de referência	$\frac{z \cdot m_n}{\cos\beta}$	2232,0554450
A	Termo utilizado abaixo	$\frac{T_n}{d \cos\beta}$	0,0161410
βb	Âng de hélice sobre o diâm de base	$\sin^{-1}(\sin\beta \cdot \cos\alpha)$	14,0760954°
αt	Ângulo de perfil transversal	$\tan^{-1}\left(\frac{\tan\alpha}{\cos\beta}\right)$	20,6468965°
db	Diâmetro de base	$d \cdot \cos\alpha_t$	2088,6932926
Inv αt	Involuta de αt	$\tan\alpha_t - \alpha_t$	0,0164534
Inv λ	Involuta de λ	$A - \frac{D_M}{d_b \cdot \cos\beta_b} + \text{inv}\,\alpha_t$	0,0108765
λ	Âng de perfil no centro da esfera	Ver solução na observação 2	18,0627822°
C	Dist entre o centro da esf e da roda	$\frac{d_b}{2 \cdot \cos\lambda}$	1098,4828028
B	Termo utilizado abaixo	$\frac{180\,k}{z}$	7,3469388
D	Termo utilizado abaixo	$\cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{2\,C \cdot \cos B \cdot \tan\beta}{d}\right)\right]$	0,9674512
E	Termo utilizado abaixo	$2\,C \cdot \sin B$	280,9417269
N	Dimensão sobre esferas próximas	$D \cdot E - D_M$	227,7974108
P	Leitura na escala do paquímetro	$N - D_M + 10$	193,797

4- Nas rodas com dentes internos, a quantidade de dentes é expressa, normalmente, com números negativos. Neste artigo, isso não foi considerado com o objetivo de simplificar as equações.

Como pode ser observado, a simplicidade do método é proporcional à sua utilidade para o controle da espessura dos dentes e para a dimensão dos vãos dos dentados externos e internos, respectivamente, para as rodas de grande porte. É claro que a qualidade do dentado deve ser compatível com a precisão do paquímetro. Essa condição é, normalmente, satisfeita para as grandes rodas dentadas.

Sobre o autor: Norberto Mazzo é consultor em Engrenagens, Diretor na Norberto Mazzo Consultoria.

Referências

MAZZO, N. Engrenagens Cilíndricas - da Concepção à Fabricação. São Paulo: