

# ENGRENAGENS CILÍNDRICAS

Da concepção à fabricação

NORBERTO MAZZO

**Blucher**



# Engrenagens Cilíndricas da Concepção à Fabricação

**Norberto Mazzo**

**Lançamento 2013**

ISBN: 9788521207283  
Páginas: 838

Formato: 17 x 24 cm  
Peso: 1.333 kg

**Este livro nasceu a partir da intenção de se fazer um curso sobre engrenagens. Um curso direcionado aos projetistas e engenheiros que desejam entender com mais profundidade os princípios básicos do engrenamento, as características geométricas, os elementos que formam o dente, as características do engrenamento, tolerâncias do dentado, controle dimensional, processos de fabricação e muito mais.**

A pretensão deste trabalho está longe de ser um tratado teórico profundo; muito pelo contrário, esse texto apresenta um enfoque prático e resumido das necessidades que nós, profissionais da área, sentimos no dia a dia.

Embora os documentos normativos forneçam praticamente todas as fórmulas necessárias para um projeto completo, coloquei neste volume um formulário amplo, com o objetivo de reduzir a necessidade de se recorrer a outras literaturas durante um estudo ou um trabalho.

Normalmente, os projetistas e engenheiros, gostam de discutir um assunto técnico com uma caneta ou um lápis na mão. O esboço faz parte da nossa profissão. Portanto, acrescentei muitas figuras, todas desenhadas por mim, que ilustram os textos, muitas vezes, de difícil compreensão. Elas ajudam sobremaneira a entendê-los melhor.

Quanto a estrutura do livro, são 19 capítulos recheados de exemplos práticos, desde a concepção até a fabricação das engrenagens, além de um capítulo final, o Capítulo 20, que faz uma abordagem sobre análise de falhas.

[www.blucher.com.br](http://www.blucher.com.br)



**Blucher**

Norberto Mazzo

# Engrenagens Cilíndricas

**da concepção à fabricação**

**Blucher**

# Conteúdo

Prefácio.....	XXVII
Introdução.....	XXIX
Pré-requisitos.....	XXXI
1 Potência e torque.....	1
Potência.....	1
Torque.....	4
2 Função da engrenagem.....	11
Relação de transmissão.....	12
3 Involutometria do dente.....	17
Evolvente.....	18
Desenvolvimento da evolvente externa por meio da geometria.....	20
Desenvolvimento da evolvente externa por meio de coordenadas.....	26
Método numérico da bissecção ou dicotomia.....	27
Algoritmo do método da bissecção.....	30
Traçado da curva evolvente.....	31

Forjamento a quente .....	436
Forjamento a frio.....	436
Laminação.....	436
Estampagem.....	436
Tratamento térmico.....	436
Aços para cementação .....	436
Aços beneficiados .....	438
Aços sem tratamento térmico.....	438
Aços nitretados com líquido .....	438
Aços nitretados com gás .....	438
Aços tratados por indução.....	439
Aços tratados por chama .....	440
Resistência dos materiais.....	441
Valores limites de resistência à flexão ( $\sigma_{Flim}$ ) .....	441
Valores limites de resistência à pressão ( $\sigma_{Hlim}$ ) .....	445
<b>16 Jateamento .....</b>	<b>449</b>
Shot peening .....	449
Princípio básico do processo shot peening .....	450
Conceito de intensidade de “peening” .....	451
Processo e número de Almen .....	452
Cobertura e saturação.....	453
Especificação para o shot peening.....	454
Operação.....	455
Influência do shot peening no projeto de engrenagens.....	456
<b>17 Lubrificação.....</b>	<b>459</b>
Considerações .....	459
Lubrificação nas engrenagens.....	460
Sistemas de lubrificação.....	462
Composição de um sistema.....	462
Seleção do sistema .....	462
Aplicação do lubrificante .....	462
Sistema de circulação .....	463
Sistema de circulação por gravidade.....	463
Sistema de circulação sob pressão própria .....	463
Sistema central de circulação sob pressão .....	463
Sistema de neblina de óleo.....	464
Sistema de imersão.....	464
Determinação do volume e da profundidade de imersão .....	465
Sistema de lubrificação por depósito aberto .....	465
Sistemas de aplicação intermitente de óleo e graxa .....	466
Sistema manual de aplicação.....	467



Função do lubrificante .....	467
Atrito entre os dentes da engrenagem.. .....	467
Desgaste excessivo e falha dos dentes.....	468
Partículas estranhas .....	469
Corrosão .....	469
Temperatura .....	470
<b>18 Projeto de um par de engrenagens cilíndricas externas .....</b>	<b>471</b>
Considerações .....	471
Capacidade de carga – Fundamentos.....	472
Tensão de flexão (bending stress).....	472
Tensão de contato (contact stress).....	472
Estudo de um exemplo prático.....	474
Especificações técnicas preliminares .....	474
Aplicação e motorização.....	475
Aplicação .....	475
Motorização .....	476
Qualidade do dentado .....	481
Coeficientes de segurança mínimos e máximos .....	483
Coeficientes de segurança mínimos .....	483
Coeficientes de segurança máximos.....	484
Características da transmissão .....	484
Relação de velocidades .....	485
Distância entre centros.....	486
Diâmetros máximos permissíveis.....	486
Arranjo físico.....	487
Características geométricas básicas .....	490
Ângulo de perfil.....	491
Módulo normal.....	491
Ângulo de hélice.....	492
Número de dentes.....	492
Fator de deslocamento dos perfis.....	493
Características geométricas complementares.....	496
Diâmetro de cabeça.....	496
Diâmetro de início do chanfro.....	499
Diâmetro útil de pé $d_{Nf}$ .....	504
Diâmetro útil de cabeça $d_{Na}$ .....	504
Grau de recobrimento de perfil.....	505
Grau de recobrimento de hélice .....	506
Grau de recobrimento total .....	506
Diâmetro de pé.....	506
Folga no pé dos dentes.. .....	507

Raio da crista da ferramenta .....	508
Protuberância da ferramenta .....	509
Extensão de contato e larguras efetivas .....	509
Diâmetro do eixo da roda motora .....	519
Diâmetro interno do aro e espessura da alma .....	521
Características de ajuste .....	522
Espessura circular normal do dente .....	522
Dimensão $W$ sobre $k$ dentes consecutivos .....	528
Dimensão $M$ sobre rolos ou esferas .....	530
Características funcionais .....	535
Temperaturas .....	535
Regime de trabalho .....	535
Vida útil nominal requerida ( $V_R$ ) .....	538
Peso do par .....	539
Materiais e tratamento térmico .....	540
Material para as engrenagens .....	540
Material para a caixa .....	541
Tratamento térmico das engrenagens .....	541
Características metalúrgicas das engrenagens .....	542
Lubrificação das engrenagens .....	542
Rumorosidade .....	543
Custo .....	543
Esforços atuantes no par engrenado .....	545
Velocidades do deslizamento entre os flancos conjugados .....	547
Fatores de influência .....	548
Fator de dinâmica ( $K_V$ ) .....	549
Definição de ressonância .....	550
Coeficiente de ressonância ( $N$ ) .....	550
Determinação da rotação de ressonância de um par de engrenagens .....	551
Determinação da rotação de ressonância de um conjunto epicicloidal .....	563
Fator de distribuição longitudinal de carga ( $K_{H\beta}$ ) (Tensão de contato) .....	569
Princípios gerais para a determinação de $K_{H\beta}$ .....	569
Erro devido à deformação do pinhão e do seu eixo, sem modificação da hélice ( $f_{ab}$ ) .....	571
Deformação do eixo sob carga específica .....	571
Erro de fabricação sem modificação da hélice ( $f_{ma}$ ) .....	572
Desalinhamento equivalente inicial ( $F_{\beta x}$ ) .....	573
Redução de rodagem ( $\gamma_\beta$ ) e fator de rodagem ( $x_\beta$ ) .....	574
Desalinhamento equivalente efetivo ( $F_{\beta y}$ ) .....	575
Determinação de $K_{H\beta}$ .....	576
Fator de distribuição longitudinal de carga ( $K_{F\beta}$ ) (Tensão na raiz) .....	580
Determinação de $K_{F\beta}$ .....	580
Fator de distribuição transversal de carga ( $K_{H\alpha}$ ) (Tensão de contato) .....	581



Determinação de $K_{Ho}$ .....	582
Fator de distribuição transversal de carga ( $K_{Fa}$ ) (Tensão de raiz).....	583
Determinação de ( $K_{F\beta}$ ) .....	584
Fator de zona ( $Z_H$ ).....	584
Fator de elasticidade ( $Z_E$ ) .....	585
Fator de recobrimento ( $Z_\epsilon$ ).....	585
Fator de ângulo de hélice ( $Z_\beta$ ).....	586
Fator de lubrificante ( $Z_L$ ).....	586
Fator de velocidade ( $Z_v$ ) .....	588
Fator de rugosidade ( $Z_R$ ) .....	589
Fator de dureza de trabalho ( $Z_W$ ).....	591
Fator de tamanho ( $Z_X$ ) .....	592
Fator de engrenamento individual – pinhão ( $Z_B$ ) .....	593
Fator de engrenamento individual – coroa ( $Z_D$ ).....	594
Fator de vida útil ( $Z_{NT}$ e $Z_{GT}$ ).....	595
Fator de forma do dente ( $Y_p$ ) .....	599
Fator de correção da tensão ( $Y_s$ ) .....	606
Fator de recobrimento ( $Y_\epsilon$ ) .....	608
Fator de ângulo de hélice ( $Y_\beta$ ) .....	608
Fator de sensibilidade relativa ( $Y_{\delta_{relT}}$ ).....	609
Fator de condição superficial relativa de raiz ( $Y_{R_{relT}}$ ).....	614
Fator de tamanho do dente ( $Y_X$ ).....	617
Fator de vida útil ( $Y_{NT}$ ).....	619
Tensão de contato (contact stress).....	622
Tensão efetiva de contato ( $\sigma_H$ ).....	622
Tensão admissível de contato ( $\sigma_{HP}$ e $\sigma_{GP}$ ) .....	626
Tensão admissível de contato sem pites ( $\sigma_{HP}$ ).....	626
Tensão admissível de contato com pites ( $\sigma_{GP}$ ) .....	627
Coeficiente de segurança à pressão ( $S_H$ e $S_G$ ).....	628
Coeficiente de segurança à pressão sem pites ( $S_H$ ).....	628
Coeficiente de segurança à pressão com pites ( $S_G$ ) .....	628
Vida útil nominal à pressão .....	629
Número de ciclos de vida médio ( $N_{LE}$ ) em função de $Z_N$ .....	630
Vida útil nominal (em horas) à pressão sem pites ( $V_H$ ).....	632
Vida útil nominal (em horas) à pressão com pites ( $V_G$ ) .....	632
Tensão de flexão (bending stress).....	633
Tensão fletora efetiva no pé do dente ( $\sigma_F$ ).....	634
Tensão fletora admissível ( $\sigma_{FP}$ ).....	635
Coeficiente de segurança à flexão ( $S_F$ ).....	636
Vida útil nominal à flexão .....	636
Número de ciclos de vida médio ( $N_{LE}$ ) em função de $Y_N$ .....	637
Vida útil nominal (em horas) à flexão ( $V_F$ ) .....	639

Capacidade de carga .....	640
Capacidade máxima de regime da roda motora ( $P_1$ ).....	640
Capacidade máxima de regime da roda movida ( $P_2$ ).....	640
Capacidade admissível da roda motora à pressão sem pites ( $P_{HP1}$ ).....	642
Capacidade admissível da roda movida à pressão sem pites ( $P_{HP2}$ ).....	643
Capacidade admissível da roda motora à pressão com pites ( $P_{GP1}$ ).....	643
Capacidade admissível da roda movida à pressão com pites ( $P_{GP2}$ ).....	644
Capacidade admissível da roda motora à flexão ( $P_{FP1}$ ).....	645
Capacidade admissível da roda movida à flexão ( $P_{FP2}$ ).....	646
Torque máximo de regime para roda motora ( $T_1$ ).....	647
Torque máximo de regime para roda movida ( $T_2$ ).....	648
Torque máximo admissível à pressão para roda motora sem pites ( $T_{HP1}$ ).....	648
Torque máximo admissível à pressão para roda movida sem pites ( $T_{HP2}$ ).....	648
Torque máximo admissível à pressão para roda motora com pites ( $T_{GP1}$ ).....	649
Torque máximo admissível à pressão para roda movida com pites ( $T_{GP2}$ ).....	649
Torque máximo admissível à flexão para roda motora ( $T_{FP1}$ ).....	649
Torque máximo admissível à flexão para roda movida ( $T_{FP2}$ ).....	649
Relatório completo do par de engrenagens cilíndricas externas.....	650

<b>19 Capacidade de carga de um par de engrenagens com dentes externo/interno .....</b>	<b>665</b>
Considerações .....	665
Fundamentos .....	665
Estudo de um exemplo prático .....	666
Especificações técnicas preliminares .....	666
Aplicação e motorização.....	667
Aplicação .....	667
Motorização.....	667
Qualidade do dentado .....	667
Coeficientes de segurança mínimos e máximos .....	668
Coeficientes de segurança mínimos.....	668
Coeficientes de segurança máximos.....	668
Características da transmissão .....	668
Relação de velocidades .....	668
Distância entre centros .....	668
Diâmetros máximos permissíveis.....	669
Arranjo físico .....	669
Características geométricas básicas .....	669
Ângulo de perfil.....	669
Módulo normal .....	669
Ângulo de hélice .....	670
Número de dentes .....	670
Fator de deslocamento dos perfis.....	670

Características geométricas complementares.....	670
Diâmetro de cabeça .....	671
Ângulo do chanfro .....	671
Diâmetro de início do chanfro do pinhão ( $d_{NK1}$ ) .....	671
Diâmetro útil de pé ( $d_M$ ).....	672
Diâmetro útil de cabeça ( $d_{Na}$ ).....	672
Grau de recobrimento de perfil.....	673
Grau de recobrimento de hélice .....	674
Grau de recobrimento total .....	674
Diâmetro de pé.....	674
Folga no pé dos dentes .....	674
Raio da crista da ferramenta .....	675
Protuberância do hob.....	675
Extensão de contato e larguras efetivas .....	675
Diâmetro do eixo da roda motora.....	675
Diâmetro interno do aro.....	676
Características de ajuste.....	676
Espessura circular do dente e dimensão circular do vão.....	676
Características funcionais .....	682
Temperaturas .....	682
Regime de trabalho .....	683
Vida útil nominal requerida ( $V_R$ ) .....	683
Peso do par .....	683
Materiais .....	683
Material para as engrenagens .....	683
Material para a caixa .....	684
Tratamento térmico das engrenagens.....	684
Características metalúrgicas das engrenagens .....	684
Lubrificação das engrenagens.....	684
Rumorosidade .....	685
Esforços atuantes no par engrenado .....	685
Velocidades do deslizamento entre os flancos conjugados .....	686
Fatores de influência .....	687
Fator de dinâmica ( $K_v$ ) .....	687
Definição de ressonância.....	687
Coeficiente de ressonância ( $N$ ).....	687
Fator de distribuição longitudinal de carga ( $K_{H\beta}$ ).....	692
Fator de distribuição longitudinal da carga ( $K_{\beta}$ ) .....	695
Fator de distribuição transversal da carga ( $K_{H\alpha}$ ).....	695
Fator de distribuição transversal da carga ( $K_{\alpha}$ ).....	696
Fator de zona ( $Z_H$ ).....	696
Fator de elasticidade ( $Z_E$ ).....	696

Fator de recobrimento ( $Z_2$ ) .....	697
Fator de ângulo de hélice ( $Z_\beta$ ).....	697
Fator de lubrificante ( $Z_L$ ).....	697
Fator de velocidade ( $Z_v$ ).....	698
Fator de rugosidade ( $Z_R$ ).....	699
Fator de dureza de trabalho ( $Z_w$ ).....	699
Fator de tamanho ( $Z_x$ ).....	700
Fator de engrenamento individual – pinhão ( $Z_B$ ).....	700
Fator de engrenamento individual – coroa ( $Z_D$ ) .....	701
Fator de vida útil ( $Z_{NT}$ e $Z_{GT}$ ) .....	701
Fator de forma do dente ( $Y_F$ ) .....	702
Fator de correção de tensão ( $Y_S$ ) .....	706
Fator de recobrimento ( $Y_2$ ).....	707
Fator de ângulo de hélice ( $Y_\beta$ ).....	707
Fator de sensibilidade relativa ( $Y_{S\text{relT}}$ ).....	708
Fator de condição superficial relativa da raiz ( $Y_{R\text{relT}}$ ).....	710
Fator de tamanho do dente ( $Y_X$ ) .....	710
Fator de vida útil ( $Y_{MT}$ ) .....	711
Tensão de contato (contact stress).....	711
Tensão efetiva de contato ( $\sigma_H$ ) .....	712
Tensão admissível de contato ( $\sigma_{HP}$ ) .....	712
Coeficiente de segurança a pressão ( $S_H$ e $S_G$ ) .....	713
Vida útil nominal a pressão .....	714
Tensão de flexão (Bending Stress).....	715
Tensão fletora efetiva no pé do dente ( $\sigma_p$ ).....	715
Tensão fletora admissível ( $\sigma_{FP}$ ) .....	716
Coeficiente de segurança a flexão ( $S_F$ ) .....	716
Vida útil nominal a flexão.....	716
Capacidade de carga .....	719
Capacidade máxima de regime da roda motora ( $P_1$ ).....	719
Capacidade máxima de regime da roda movida ( $P_2$ ).....	719
Capacidade admissível da roda motora a pressão sem pites ( $P_{HP1}$ ) .....	720
Capacidade admissível da roda movida a pressão sem pites ( $P_{HP2}$ ).....	720
Capacidade admissível da roda motora a pressão com pites ( $P_{GP1}$ ).....	721
Capacidade admissível da roda movida a pressão com pites ( $P_{GP2}$ ) .....	721
Capacidade admissível da roda motora à flexão ( $P_{FP1}$ ) .....	722
Capacidade admissível da roda movida à flexão ( $P_{FP2}$ ).....	722
Torque máximo de regime para roda motora ( $T_1$ ).....	723
Torque máximo de regime para roda movida ( $T_2$ ).....	723
Torque máximo admissível a pressão para roda motora sem pites ( $T_{HP1}$ ).....	724
Torque máximo admissível a pressão para roda movida sem pites ( $T_{HP2}$ ).....	724
Torque máximo admissível a pressão para roda motora com pites ( $T_{GP1}$ ).....	724



Torque máximo admissível a pressão para roda movida com pites ( $T_{GP2}$ ) .....	724
Torque máximo admissível a flexão para roda motora ( $T_{FP1}$ ) .....	725
Torque máximo admissível a flexão para roda movida ( $T_{FP2}$ ) .....	725
Relatório da capacidade de carga do par de engrenagens com dentes externos/internos....	725
<b>20 Avarias dos dentes.....</b>	<b>737</b>
Considerações .....	737
Avarias .....	739
Desgaste .....	740
Desgaste normal .....	740
Desgaste moderado.....	741
Desgaste abrasivo .....	741
Desgaste por interferência.....	742
Desgaste por arranhamento (scratching).....	742
Desgaste por vinco (scoring) .....	743
Desgaste por raspagem (scuffing).....	744
Desgaste corrosivo.....	744
Desgaste por corrosão química .....	745
Desgaste por oxidação.....	745
Desgaste por reação a aditivos químicos.....	745
Escamação (scaling).....	745
Superaquecimento.....	746
Fadiga de superfície .....	747
Pites (pitting) .....	748
Pites iniciais (initial pitting).....	749
Pites destrutivos (destructive pitting).....	751
Micropites (micropitting).....	752
Lascamento (spalling) .....	754
Deformação .....	756
Depressão (indentation) .....	756
Ondulação (rippling) .....	758
Fluência (rolling and peening).....	758
Fratura do dente .....	758
Fratura por sobrecarga .....	759
Fratura por fadiga de flexão .....	760
<b>Índice de ilustrações .....</b>	<b>763</b>
<b>Notação utilizada neste livro.....</b>	<b>777</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>793</b>
<b>Índice remissivo.....</b>	<b>797</b>



Cálculo do raio no qual inicia a evolvente de um dente externo ( $r_u$ ).....	32
Perfil sem depressão.....	32
Perfil com depressão.....	34
Determinação do início da evolvente ( $d_u$ ) sem depressão cortado com hob.....	38
Determinação do início da evolvente ( $d_u$ ) sem depressão cortado com shaper .....	39
Determinação do início da evolvente ( $d_u$ ) com depressão cortado com hob.....	39
Determinação do início da evolvente ( $d_u$ ) com depressão cortado com shaper.....	42
Traçado da evolvente de um dente externo cortado com hob com depressão .....	45
Desenvolvimento da evolvente interna por meio de coordenadas.....	46
Cálculo do raio no qual termina a evolvente de um dente interno ( $r_u$ ).....	46
Determinação do início da evolvente ( $d_u$ ) para um dente interno.....	48
Traçado da evolvente de um dente interno .....	49
Deslizamento relativo entre os flancos evolventes .....	51
Cremalheira.....	55
Princípios básicos da engrenagem com perfil evolvente.....	56
Leis fundamentais da curva evolvente.....	59
Trocoide.....	60
Desenvolvimento da trocoide primitiva e do filete trocoidal.....	62
Traçado do filete trocoidal externo .....	66
Preparação para o traçado da trocoide externa .....	68
Determinação dos raios (eixos polares) para o traçado da trocoide externa .....	68
Traçado da trocoide externa.....	69
Traçado do filete trocoidal interno.....	72
Preparação para o traçado da trocoide interna.....	76
Cálculo de um ponto qualquer do filete trocoidal.....	76
Determinação dos raios (eixos polares) para o traçado da trocoide interna .....	78
Traçado da trocoide interna .....	78
Raio no lugar do filete trocoidal .....	79
Determinação do raio que tangencia o círculo de cabeça e as evolventes.....	81
Método de Newton e Raphson para determinar a evolvente do ângulo.....	82
Determinação do raio que tangencia o círculo de pé e as evolventes.....	83
Determinação do raio de cabeça $r_a$ em função do filete da cabeça $r_{ka}$ .....	84
Determinação do raio de pé $r_f$ em função do filete do pé $r_{kf}$ .....	84
Exemplo da determinação do raio que tangencia o círculo de cabeça e as evolventes ..	85
Exemplo da determinação do raio que tangencia o círculo de pé e as evolventes.....	86
Exemplo da determinação do raio de cabeça em função do filete da cabeça .....	87
Exemplo da determinação do raio de pé em função do filete do pé.....	87
Chanfro de cabeça .....	88
Espessura de cabeça sem o chanfro ( $S_{na}$ ).....	90
Ângulo do chanfro na seção normal ( $\varphi_{na}$ ).....	90
Ângulo do chanfro na seção transversal ( $\varphi_{nt}$ ).....	90
Comprimento do chanfro ( $C_a$ ) .....	90

Diâmetro de início do chanfro ( $d_{Nk}$ ).....	91
Espessura da cabeça do dente com chanfro na seção normal ( $S_{nk}$ ).....	92
Raio de pé.....	93
Determinação do diâmetro de pé.....	95
Tolerância para o diâmetro de pé.....	96
Raio de cabeça.....	96
Determinação do raio de cabeça.....	97
Fator de altura do dente.....	98
Diâmetro de cabeça em função da espessura de cabeça.....	99
Determinação do diâmetro de cabeça em função de $S_{na}$ para dentado externo.....	99
Determinação do diâmetro de cabeça em função de $S_{ni}$ para dentado interno.....	100
Tolerância para o diâmetro de cabeça.....	101
Exemplo para determinação do diâmetro de cabeça em função da espessura de cabeça para dentes externos.....	101
Exemplo para determinação do diâmetro de cabeça em função da espessura de cabeça para dentes internos.....	102
Percentual da altura máxima do dente ( $k_{aPer}$ ) para dentes externos.....	103
Os cinco elementos do dente.....	104
Geração do dente completo.....	105
<b>4 Tipos de engrenamento.....</b>	<b>107</b>
Engrenagens cilíndricas com eixos paralelos que giram em sentidos opostos.....	107
Engrenagens cilíndricas com eixos paralelos que giram no mesmo sentido.....	107
Engrenagens concorrentes.....	108
Engrenagens hiperboloides.....	108
Engrenagens para corrente e/ou correia dentada.....	108
Sem fim e coroa.....	109
Pinhão e cremalheira.....	109
Redutor epicicloidal ou planetário.....	109
Relações de transmissão ( $u$ ) de um sistema epicicloidal (planetário).....	110
<b>5 Definições.....</b>	<b>113</b>
Engrenagem ou roda dentada?.....	113
Direção da hélice.....	114
Planos de trabalho.....	114
Posições dos flancos em rodas com dentes externos.....	116
Posições dos flancos em rodas com dentes internos.....	116
Evoluta da curva.....	117
Involuta ou evolvente do ângulo.....	117
Definição da involuta do ângulo.....	117

<b>6</b>	<b>Uso prático da involuta do ângulo.....</b>	<b>121</b>
	Graus sexagesimais, decimais e radianos.....	121
	Graus sexagesimais.....	121
	Graus decimais .....	122
	Radianos .....	122
	Aplicação da involuta no cálculo da espessura de cabeça .....	123
	Método numérico de Newton e Raphson.....	123
	Aplicação da involuta no cálculo da dimensão M .....	127
<b>7</b>	<b>Características geométricas.....</b>	<b>131</b>
	Distância entre centros.....	131
	Tolerância para distância entre centros .....	132
	Número de dentes.....	134
	Determinação dos números de dentes.....	135
	Exemplo para a determinação dos números de dentes externos.....	137
	Número de dentes virtual.....	144
	Módulo.....	144
	Ângulo de perfil .....	146
	Diâmetro de referência ( $d$ ).....	150
	Diâmetro de referência deslocado ( $d_v$ ).....	151
	Diâmetro primitivo ( $d_w$ ).....	151
	Ângulo de hélice.....	153
	Ângulo de hélice sobre o círculo de referência.....	154
	Ângulo de hélice sobre um círculo qualquer.....	154
	Ângulo de hélice sobre o círculo de referência deslocado.....	155
	Ângulo de hélice sobre o círculo base.....	155
	Ângulo de hélice em função da velocidade angular.....	155
	Ângulo de hélice normalizado.....	156
	Por que engrenagens helicoidais? .....	167
	Passo.....	167
	Passo circular.....	167
	Passo circular normal .....	167
	Passo circular transversal .....	168
	Passo circular transversal primitivo.....	168
	Passo axial.....	168
	Passo base.....	169
	Passo base normal .....	169
	Passo base axial .....	170
	Deslocamento do perfil.....	170
	Determinação dos fatores de deslocamento dos perfis conforme a norma DIN.....	173
	Determinação dos fatores de deslocamento dos perfis conforme a norma BS.....	175
	Determinação dos fatores de deslocamento dos perfis conforme a norma ISO/TR....	176

Fator de deslocamento do perfil mínimo ( $x_{\min}$ ).....	177
Exemplo do método conforme a norma DIN 3992.....	178
Exemplo do método conforme a norma British Standards PD 6457 .....	179
Exemplo do método conforme a norma ISO/TR 4467.....	180
Fator de deslocamento do perfil de produção ( $X_E$ ).....	180
Fator de deslocamento do perfil em função da distância entre centros e de $x_2$ .....	181
Fatores de deslocamento do perfil ( $x_1$ e $x_2$ ) em função das espessuras do dentes de ambas as rodas.....	181
Exemplo para o fator de deslocamento do perfil mínimo ( $x_{\min}$ ).....	182
Deslocamento do perfil para dentado interno.....	182
Limites para a soma dos fatores de deslocamentos dos perfis.....	184
Determinação do limite mínimo de ( $x_1+x_2$ ).....	185
Determinação do limite máximo de ( $x_1+x_2$ ).....	185
<b>8 Ajuste das engrenagens .....</b>	<b>187</b>
Jogo entre flancos.....	187
Jogo entre flancos de serviço.....	189
Jogo estabilizado inferior e superior.....	189
Jogo mínimo e máximo atingidos .....	190
Jogo entre flancos de inspeção .....	190
Jogo de inspeção na própria máquina – inferior e superior.....	190
Jogo de inspeção em dispositivo – inferior e superior.....	190
Jogo teórico inferior e superior .....	190
Análise dos fatores modificadores do jogo entre flancos transversal.....	190
Variação do jogo devida à tolerância da distância entre centros ( $VT_{Ad}$ ).....	191
Variação do jogo devida ao cruzamento dos eixos ( $VT_{Ca}$ ).....	191
Variação do jogo devida aos erros individuais do dentado ( $VT_{Ei}$ ).....	192
Variação do jogo devida ao erro de excentricidade dos mancais ( $VT_{Ee}$ ) .....	192
Variação do jogo devida à elasticidade do conjunto ( $VT_{Ej}$ ) .....	193
Variação do jogo devida ao aquecimento ( $VT_{Aq}$ ).....	194
Cálculo do jogo entre flancos transversal.....	195
Jogo entre flancos teórico ( $jn_1$ ).....	195
Jogo entre flancos com a influência da tolerância da distância entre centros ( $jn_2$ )....	196
Jogo entre flancos com a influência do erro de cruzamento dos eixos ( $jn_3$ ).....	196
Jogo entre flancos com a influência dos erros individuais do dentado ( $jn_4$ ).....	197
Jogo entre flancos com a influência da excentricidade dos mancais ( $jn_5$ ) .....	197
Jogo entre flancos com a influência da elasticidade do conjunto ( $jn_6$ ).....	198
Jogo entre flancos com a influência da temperatura ( $jn_7$ ).....	199
Espessura do dente .....	199
Afastamento sobre a espessura do dente ou sobre a dimensão do vão.....	201
Tolerância para a espessura do dente ou para a dimensão do vão.....	202
Espessura do dente e dimensão do vão teórica, máxima e mínima .....	203



Determinação da espessura circular normal do dente.....	204
Espessura circular do dente em função da dimensão $W$ .....	204
Espessura circular do dente em função da dimensão $M$ .....	205
Espessura circular do dente sobre um círculo dado.....	205
Espessura cordal e altura correspondente, a partir da cabeça do dente.....	206
Círculos úteis de pé e de cabeça do dente.....	207
Diâmetro útil de pé.....	209
Exemplo de um par com dentes externos.....	209
Exemplo de um par com dentes externos/ínternos.....	210
Falso engrenamento.....	211
Diâmetro útil de cabeça.....	214
Exemplo de um par com dentes externos.....	216
Exemplo de um par com dentes externos/ínternos.....	217
Interferência entre as cabeças das engrenagens externa/interna.....	218
Possibilidade de montagem radial do pinhão na roda interna.....	221
<b>9 Grau de recobrimento.....</b>	<b>225</b>
Grau de recobrimento de perfil.....	225
Distância de contato ( $g_a$ ).....	228
Distância de acesso ( $g_f$ ).....	231
Distância de recesso ( $g_s$ ).....	231
Exemplo de um par com dentes externos.....	231
Exemplo de um par com dentes externo/interno.....	232
Diâmetros úteis de cabeça para se alcançar o grau de recobrimento de perfil = 2.....	234
Grau de recobrimento de hélice.....	234
Grau de recobrimento total.....	236
<b>10 Modificação dos flancos dos dentes.....</b>	<b>237</b>
Modificação do perfil evolvente.....	237
Deformação na cabeça do dente.....	237
Flexão do dente.....	240
Exemplo para a determinação dos diâmetros limites e do valor do recuo dos alvíos..	245
Modificação da linha de flancos.....	247
<b>11 Controle dimensional.....</b>	<b>253</b>
Controle da espessura do dente.....	254
Dimensão $W$ (sobre dentes).....	254
Cálculo do número $k$ de dentes consecutivos a medir.....	258
Para dentados retos sem deslocamento de perfil ( $x = 0$ ).....	258
Para dentados retos com $x \geq 0,4$ .....	258
Para dentados helicoidais sem deslocamento de perfil ( $x = 0$ ).....	258
Para dentados helicoidais com deslocamento de perfil.....	258
Dimensão $W$ teórica.....	259



Dimensão $W$ em função da espessura circular normal do dente.....	259
Diâmetro do ponto de contato entre o disco do micrômetro e o flanco de dente ..	259
Largura mínima da roda dentada para a medição $W_k$ .....	259
Dimensão $M$ (sobre rolos ou esferas).....	259
Classe de tolerância para as esferas e rolos utilizados na dimensão $M$ .....	262
Diâmetro das esferas ou rolos ( $D_M$ ) utilizados para a dimensão $M_d$ .....	264
Dimensão sobre esferas ou rolos ( $M_d$ ) para dentado externo reto .....	265
Dimensão sobre esferas ou rolos para número par de dentes.....	265
Dimensão sobre esferas ou rolos para número ímpar de dentes .....	265
Dimensão entre esferas ou rolos ( $M_d$ ) para dentado interno reto.....	266
Dimensão entre esferas ou rolos para número par de dentes.....	266
Dimensão entre esferas ou rolos para número ímpar de dentes.....	266
Dimensão sobre esferas ( $M_d$ ) para dentado externo helicoidal .....	267
Dimensão sobre esferas ou rolos para número par de dentes.....	267
Dimensão sobre esferas ou rolos para número ímpar de dentes.....	267
Dimensão entre esferas ( $M_d$ ) para dentado interno helicoidal.....	268
Dimensão entre esferas ou rolos para número par de dentes.....	269
Dimensão entre esferas ou rolos para número ímpar de dentes.....	269
Tolerâncias do dentado.....	270
Desvio de concentricidade.....	271
Flutuação das espessuras dos dentes .....	272
Desvio de passo.....	273
Desvio de passo individual ( $f_p$ ).....	273
Erro de divisão entre dois passos consecutivos ( $f_a$ ).....	274
Erro de passo total ( $F_p$ ).....	274
Desvio de passo sobre $k$ passos consecutivos ( $F_{pk}$ ) .....	274
Desvio de passo sobre uma fração ( $z/k$ ) de volta ( $F_{pz/k}$ ) .....	275
Desvio de passo base normal ( $f_{pe}$ ) .....	275
Desvio de hélice.....	276
Desvio total na linha dos flancos ( $F_{\beta}$ ).....	277
Desvio angular na linha dos flancos ( $f_{H\beta}$ ) .....	277
Desvio de forma na linha dos flancos ( $f_{\beta F}$ ).....	278
Abaulamento de largura ( $C_{\beta}$ ).....	278
Valores para o fator $K'$ .....	281
Correção da hélice.....	282
Desvio de perfil.....	283
Desvio total do perfil evolvente ( $F_f$ ) .....	284
Desvio angular do perfil evolvente ( $f_{Ha}$ ) .....	285
Desvio de forma do perfil evolvente ( $f_f$ ) .....	285
Deslocamento de transmissão .....	291
Deslocamento de transmissão radial.....	291
Deslocamento de transmissão tangencial .....	297

<b>12</b>	<b>Análise geométrica .....</b>	<b>301</b>
	Método das dimensões $W$ para dentado externo reto.....	301
	Método das dimensões $M$ para dentado externo reto.....	302
	Método das dimensões $N$ para dentado externo reto .....	305
	Método das dimensões $W$ para dentado externo helicoidal.....	311
	Método das dimensões $M$ para dentado externo helicoidal.....	315
	Método das dimensões $N$ para dentado externo helicoidal.....	317
	Exemplo para análise geométrica de um dentado externo reto.....	318
	Exemplo do método das dimensões $W$ .....	318
	Exemplo do método das dimensões $M$ .....	318
	Exemplo do método das dimensões $N$ .....	320
	Exemplo para análise geométrica de um dentado externo helicoidal .....	322
	Exemplo do método das dimensões $W$ .....	322
	Exemplo do método das dimensões $M$ .....	322
	Método das dimensões $W$ para dentado interno reto e helicoidal.....	324
	Método das dimensões $M$ para dentado interno reto e helicoidal.....	324
	Exemplo para análise geométrica de uma roda dentada interna reta .....	327
	Exemplo para análise geométrica de uma roda dentada interna helicoidal .....	328
<b>13</b>	<b>Desenho do produto.....</b>	<b>331</b>
<b>14</b>	<b>Processo de fabricação.....</b>	<b>333</b>
	Folha de processo.....	333
	Folha de operação.....	334
	Preparação do blank .....	340
	Locação da peça no espaço .....	341
	Geração de dentes .....	345
	Geração de dentes com ferramenta tipo hob.....	347
	Trabalho com avanço axial.....	348
	Trabalho com avanço radial .....	349
	Trabalho com avanço tangencial.....	351
	Trabalho com avanço diagonal.....	351
	Sistema de corte.....	351
	Hob com múltiplas entradas.....	353
	Avanço axial da ferramenta em função da espessura máxima do cavaco .....	366
	Número máximo de entradas para o hob ( $z_{0\max}$ ) .....	368
	Protuberância na cabeça do hob .....	369
	Aproveitamento do hob.....	369
	Montagem do hob na máquina.....	373
	Dispositivos para cortar dentes com hob .....	374
	Dispositivo de fixação e de locação com centralização pelo furo da peça .....	375
	Problemas de qualidade encontrados no processo de corte com hob.....	378

Defeitos e prováveis causas.....	378
Geração de dentes com ferramenta tipo shaper.....	386
Avanço no processo shaping.....	388
Avanço radial sem avanço rotativo.....	388
Avanço radial com avanço rotativo.....	389
Avanço espiral constante.....	389
Avanço espiral decrescente.....	389
Problemas de qualidade encontrados no processo de corte com shaper.....	389
Defeitos e prováveis causas.....	389
Acabamento nos dentes.....	392
Acabamento nos dentes por rasquetamento.....	392
Princípio dos eixos cruzados.....	393
Princípio dos eixos cruzados em relação à pressão.....	394
Princípio dos eixos cruzados em relação ao movimento de deslizamento.....	395
Procedimentos de trabalho.....	398
Procedimento longitudinal.....	398
Procedimento diagonal.....	399
Procedimento diagonal-transversal.....	400
Procedimento transversal.....	400
Procedimento mergulho.....	401
Rasquetamento com contato par.....	401
Sobremetal para rasquetear.....	403
Pré-rasquetamento.....	404
Dispositivos utilizados para rasquetear.....	406
Velocidade de corte para rasquetear.....	410
Avanços no processo de rasquetamento.....	411
Problemas de qualidade encontrados no processo de rasquetamento.....	411
Defeitos e prováveis causas.....	412
Acabamento nos dentes por retificação.....	424
Método de retificação por geração contínua.....	424
Método de retificação por forma.....	425
Método de retificação por geração de setores.....	425
Sobremetal para retificação.....	425
Pré-retífica.....	427
Dispositivos utilizados para retificar dentes.....	427
Resultados práticos.....	428
Método por Geração contínua <i>versus</i> Forma.....	428
<b>15 Materiais e Tratamento térmico.....</b>	<b>433</b>
Seleção dos materiais.....	433
Métodos para a preparação do bruto.....	435
Fundição.....	435

Para encontrar  $A$  foi aplicado o método numérico de Newton e Raphson.

$$A = 0,652824 \text{ rad} = 37,40406^\circ$$

$$B = \frac{21}{\cos 25^\circ} \left( \frac{\cos 21,880233^\circ}{\cos 37,40406^\circ} - 1 \right) - 2 \times 0,5 = 1,448384 \quad \text{ref (3.152)}$$

$$d = \frac{m_n \cdot z}{\cos \beta} = \frac{5 \times 21}{\cos 25^\circ} = 115,854682 \quad \text{ref (7.30)}$$

$$k_{aPer} = \frac{100 \left( \frac{130,855 - 115,854682}{2 \times 5} - 0,5 \right)}{1,448384} = 69,04\% \quad \text{ref (3.153)}$$

## OS CINCO ELEMENTOS DO DENTE

Mostrei, até aqui, os cinco elementos que formam o dente de uma engrenagem. As Figuras 3.50 e 3.51 ilustram mais tecnicamente as curvas que compõem cada um desses elementos para dentado externo e interno, respectivamente.

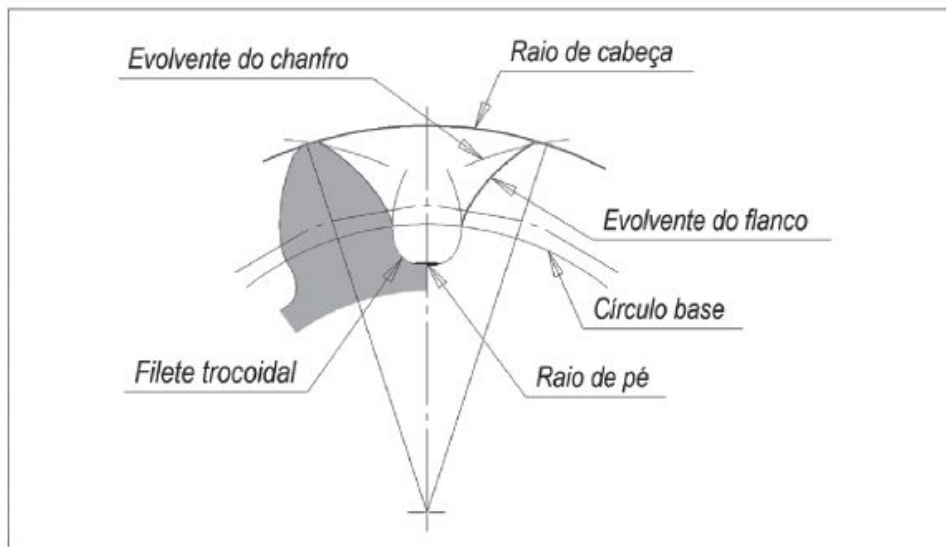


Figura 3.50 – Involuções do dente externo.

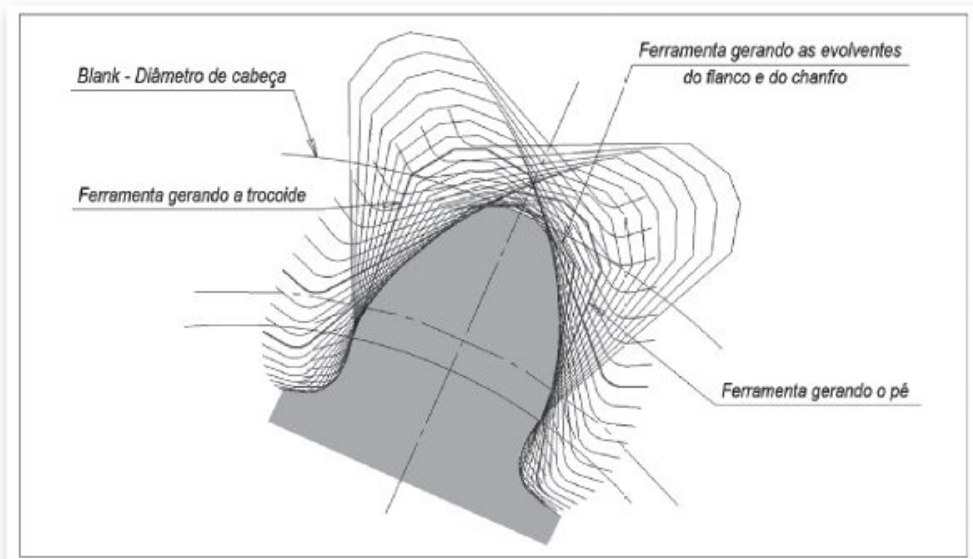
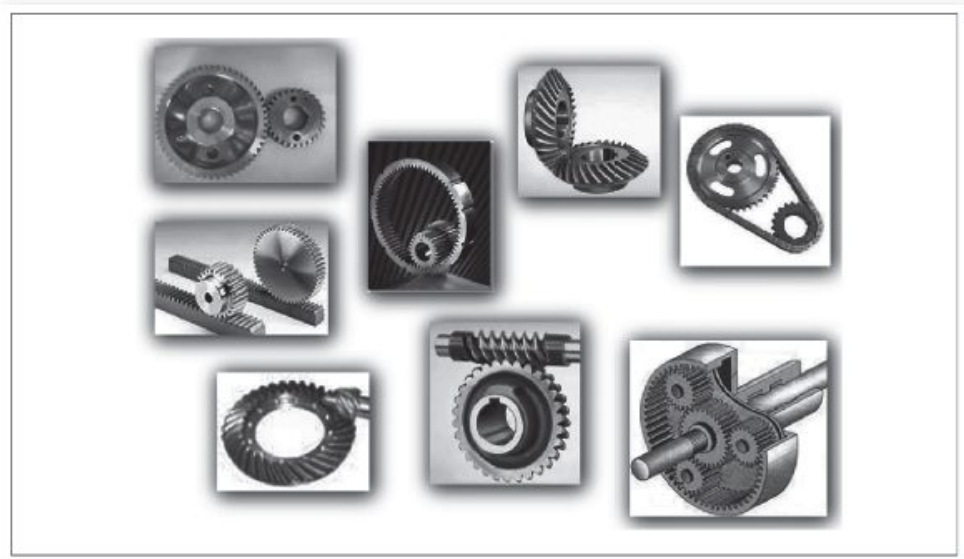


Figura 3.52 – Geração do dentado externo.



Figura 3.53 – O hob – caracol.





**Figura 4.1** – Tipos de engrenamento.

## ENGRENAGENS CONCORRENTES

São engrenagens cujos eixos concorrem em um ponto, portanto, são rodas cônicas. Possuem dentes retos ou curvos (espirais). As engrenagens com dentes retos operam, normalmente, em baixas rotações.

## ENGRENAGENS HIPERBOLOIDES

São engrenagens que possuem eixos reversos em planos distintos. Por essa razão, os eixos não se cruzam. Tecnologia dos grandes fabricantes de máquinas como, por exemplo, a Gleason (Americana), cujo nome é Hipoidal, e a Klingelberg (Alemã), cujo nome é Paloidal.

## ENGRENAGENS PARA CORRENTE E/OU CORREIA DENTADA

Essas engrenagens têm eixos distantes um do outro e transmitem potência por meio de uma corrente ou correia dentada. Uma grande vantagem é a leveza do conjunto.

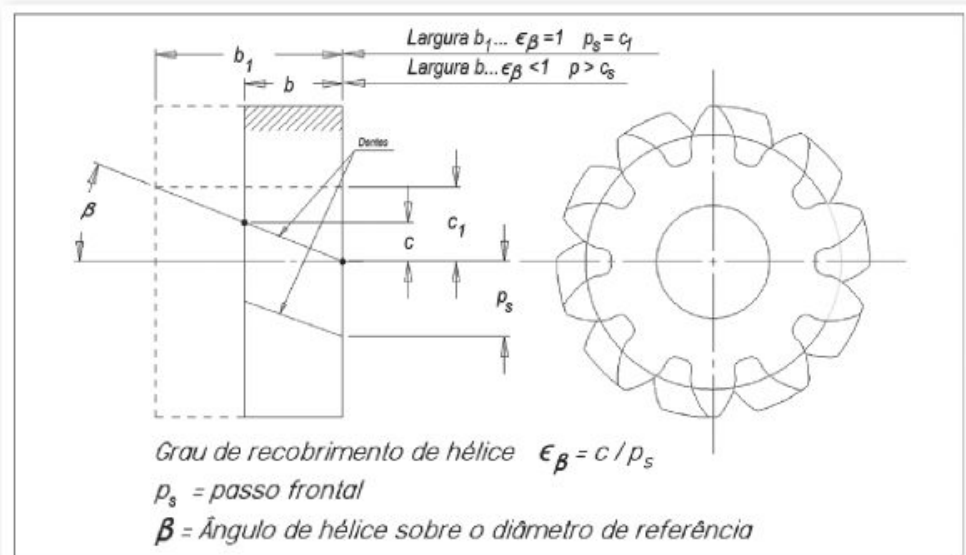
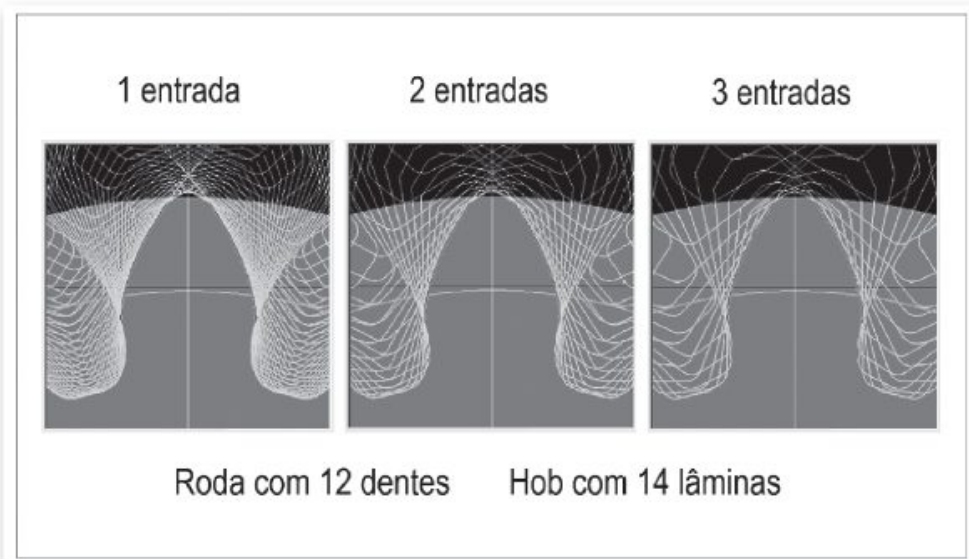


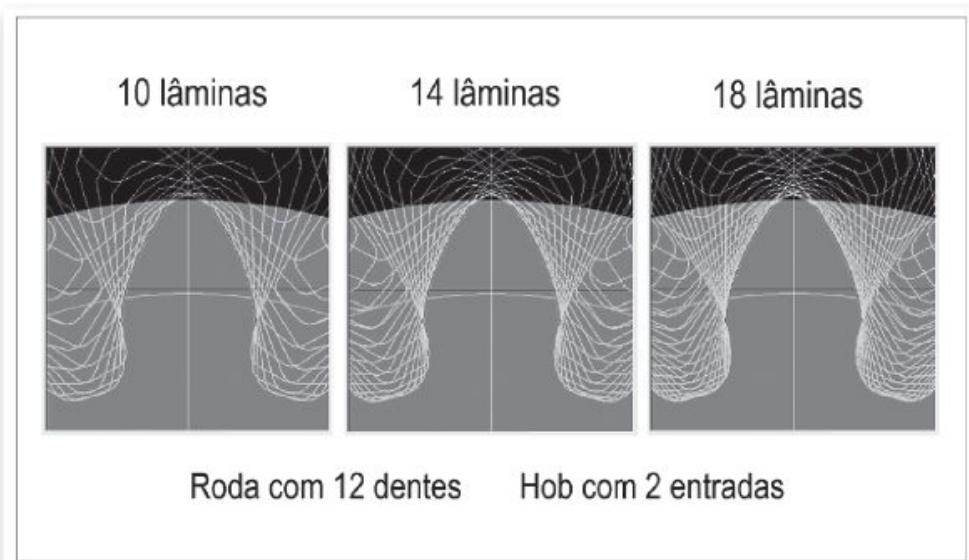
Figura 9.8 – Grau de recobrimento de hélice.



Figura 9.9 – Roda com dentes helicoidais.



**Figura 14.25** – Resolução do flanco do dente em função do número de entradas do hob.



**Figura 14.26** – Resolução do flanco do dente em função do número de lâminas do hob.

dois flancos, simultaneamente. O sentido de rotação do par é revertido a cada passe. A operação é preparada para realizar vários passes, cujo número depende da qualidade que se pretende e do sobremetal. Os eixos do cortador e da peça são reversos com inclinação que varia entre  $5^\circ$  e  $15^\circ$  normalmente. Veja a Figura 14.60.

O processo de acabamento por rasqueteamento foi adotado pela indústria, principalmente a automotiva, graças ao custo da operação, que é reduzido quando comparado a outros e à versatilidade que o sistema oferece. Pode-se alterar o perfil e a linha de flancos (direção da hélice) para compensar eventuais problemas de forma e posição, além de poder-se aplicar esse processo a qualquer roda dentada cilíndrica externa.

A capacidade de trabalho das máquinas rasqueteadoras normais vai de 20 a 550 mm no diâmetro primitivo das rodas. Os fabricantes podem construir máquinas especiais com capacidade de trabalho muito maior. Há também máquinas para rasquetear dentados internos.

### Princípio dos eixos cruzados

Para remover material ao rasquetear uma peça qualquer, é fundamental que a ferramenta exerça *pressão* e *movimento de deslizamento* sobre a peça.



Figura 14.60 – Processo de rasqueteamento (shaving).

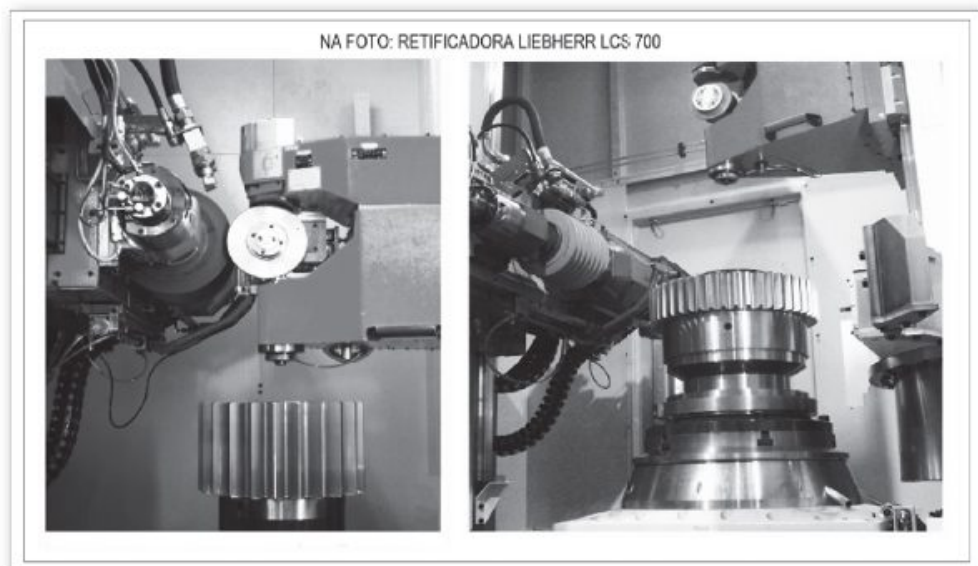
### Acabamento nos dentes por retificação

O processo por retificação pode ser efetuado por três diferentes métodos, que são descritos a seguir.

#### Método de retificação por geração contínua

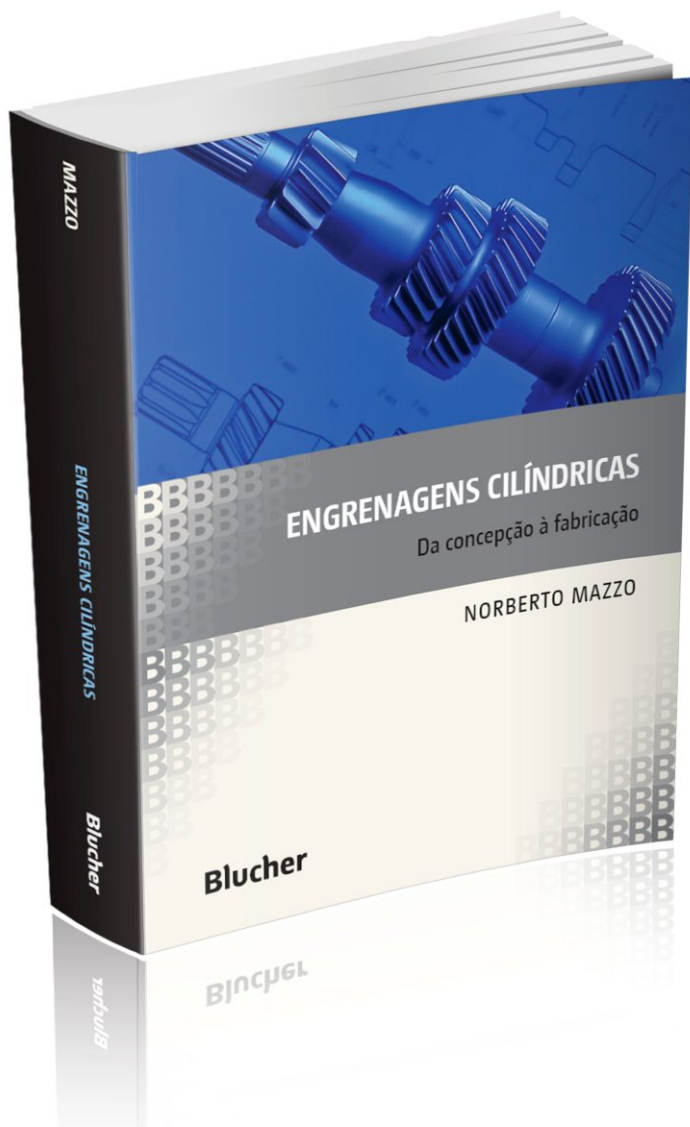
Nesse método, a retificação se dá por geração, em que o rebolo se assemelha a um hob, porém, sem os sulcos que caracterizam suas lâminas cortantes. Podemos chamá-lo de rebolo caracol ou grinding worm. Na [Figura 14.97](#), a foto da direita mostra uma retificadora Liebherr LCS 700 com o rebolo citado.

Ele gira continuamente (indexação contínua) conjugado à peça na máquina retificadora. O rebolo avança sobre a peça em um movimento de ida e volta na direção paralela ao eixo da peça, retificando os flancos dos dentes, de maneira que a posição (passo) e a forma dos dentes retificados fiquem adequadas às exigências de qualidade especificadas. Essa é a maneira mais rápida e rígida para a retificação de dentes, portanto, é o método ideal para a produção de grandes lotes. Em contrapartida, o custo do rebolo por peça é alto, se comparado com o do método de retificação por Forma.



**Figura 14.97** – Retificação dos dentes por forma e por geração.





Este livro está à venda nas seguintes  
livrarias e sites especializados:

**Blucher**

livraria cultura  
*ler para ser*

 **saraiva**  
.com.br

  
Livrarias Curitiba

# Blucher

EXCELÊNCIA E  
INOVAÇÃO EM  
ENGENHARIA  
MECÂNICA